

Intermarketanalyse mit einem SAR-MinMax-Prozess

Stanislaus Maier-Paape, Andreas Platen

Institut für Mathematik
RWTH Aachen

Vortrag beim VTAD
18. Oktober 2014

Was wollen wir erreichen?

Ziel des Vortrags:

Methodik für den Vergleich zweier Märkte auf Abhängigkeiten:

- Korrelation
- Vor-/Nachlauf

Warum?

Mögliche Einsatzgebiete:

- Frühwarnsystem, z.B. vor starken Einbrüchen
- Filter für Handelsstrategien
- ↪ Unterstützende Funktion beim Handel von Wertpapieren

Gliederung

- 1 Methode für die Intermarketanalyse
- 2 Zirkuläre Statistik
- 3 Empirische Untersuchungen
- 4 Zusammenfassung

Hoch- und Tiefpunkte in Kurszeitreihen

Das Finden aller lokalen Maxima und Minima eines Charts ist einfach. Es soll jedoch nicht jedes **noch so kleine** Extremum beachtet werden!

Hauptproblem: Wann ist ein lokales Maximum/Minimum relevant?

↪ MinMax-Prozess mit Parameter p für die Sensibilität.

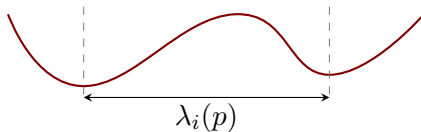
Offene Frage: Wie soll der Parameter p gewählt werden?

Wahl des Parameters p

Gegeben: Kurse in Form von Kerzen (High, Low, Open, Close).

↪ Position und Höhe der Hoch- und Tiefpunkte.

Stichwort: Wellenlänge λ ! ↪ Direkte Kontrolle über die Auflösung.

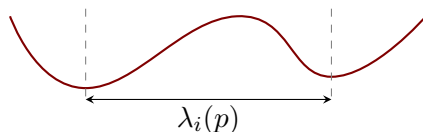


Wahl des Parameters p

Gegeben: Kurse in Form von Kerzen (High, Low, Open, Close).

↪ Position und Höhe der Hoch- und Tiefpunkte.

Stichwort: Wellenlänge λ ! ↪ Direkte Kontrolle über die Auflösung.



durchschnittliche Wellenlänge

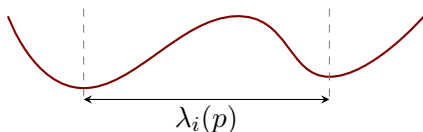
$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i(p)$$

Wahl des Parameters p

Gegeben: Kurse in Form von Kerzen (High, Low, Open, Close).

↪ Position und Höhe der Hoch- und Tiefpunkte.

Stichwort: Wellenlänge λ ! ↪ Direkte Kontrolle über die Auflösung.



MinMax-Prozess kann durch den Parameter $p \in \mathbb{R}$ so angepasst werden, dass die **durchschnittliche Wellenlänge** einem gewünschten Wert $\lambda^* > 0$ entspricht, d.h.

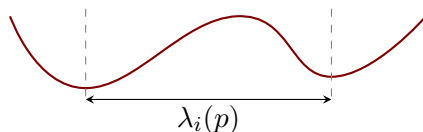
$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i(p) \stackrel{!}{=} \lambda^*.$$

Wahl des Parameters p

Gegeben: Kurse in Form von Kerzen (High, Low, Open, Close).

↪ Position und Höhe der Hoch- und Tiefpunkte.

Stichwort: Wellenlänge λ ! ↪ Direkte Kontrolle über die Auflösung.



MinMax-Prozess kann durch den Parameter $p \in \mathbb{R}$ so angepasst werden, dass die **durchschnittliche Wellenlänge** einem gewünschten Wert $\lambda^* > 0$ entspricht, d.h.

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i(p) \stackrel{!}{=} \lambda^*.$$

Offene Frage: Wie soll λ^* gewählt werden?

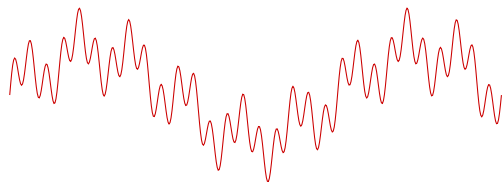
Wahl von λ^*

Vermutung

- Es gibt nicht **die** eine relevante Wellenlänge.
- Die Märkte enthalten überlagerte Wellen aus verschiedenen Zeiteinheiten.

Beispiel:

Welche Wellenlänge ist relevant:
kurz, mittel oder lang?



~> **Untersuche viele Wellenlängen.**
Hier: $\lambda^* = 30, 31, 32, \dots, 180$ Perioden.

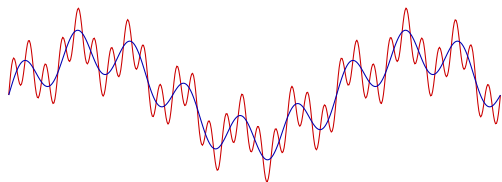
Wahl von λ^*

Vermutung

- Es gibt nicht **die** eine relevante Wellenlänge.
- Die Märkte enthalten überlagerte Wellen aus verschiedenen Zeiteinheiten.

Beispiel:

Welche Wellenlänge ist relevant:
kurz, mittel oder lang?



⇒ **Untersuche viele Wellenlängen.**
Hier: $\lambda^* = 30, 31, 32, \dots, 180$ Perioden.

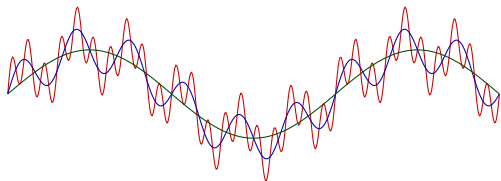
Wahl von λ^*

Vermutung

- Es gibt nicht **die** eine relevante Wellenlänge.
- Die Märkte enthalten überlagerte Wellen aus verschiedenen Zeiteinheiten.

Beispiel:

Welche Wellenlänge ist relevant:
kurz, mittel oder lang?



⇒ **Untersuche viele Wellenlängen.**
Hier: $\lambda^* = 30, 31, 32, \dots, 180$ Perioden.

Direkter Vergleich von Markt I und Markt II

- 1 Fixiere die Zeiteinheit.

Direkter Vergleich von Markt I und Markt II

- 1 Fixiere die Zeiteinheit.
 - 2 Wähle $\lambda_{\text{Markt I}}^* = \lambda_{\text{Markt II}}^*$ und finde Extrema.
- ↪ Zeitpunkte der Extrema sind gegeben durch $(t_i)_{i=1}^M$ (Markt I) und $(\tilde{t}_j)_{j=1}^N$ (Markt II), gemessen als Zeitstempel.

Direkter Vergleich von Markt I und Markt II

- 1 Fixiere die Zeiteinheit.
 - 2 Wähle $\lambda_{\text{Markt I}}^* = \lambda_{\text{Markt II}}^*$ und finde Extrema.
- ↪ Zeitpunkte der Extrema sind gegeben durch $(t_i)_{i=1}^M$ (Markt I) und $(\tilde{t}_j)_{j=1}^N$ (Markt II), gemessen als Zeitstempel.
- 3 Ermittle relative Positionen der Extrema von Markt II zu Markt I:

Falls $t_i \leq \tilde{t}_j < t_{i+1}$
ist $\alpha_j \in [-\pi, 0)$.

Falls $t_{i+1} \leq \tilde{t}_j < t_{i+2}$
ist $\alpha_j \in [0, \pi)$.

Bemerkung: t_{i+1} und \tilde{t}_j müssen entweder beide Maxima oder beide Minima sein.

Zirkuläre Statistik

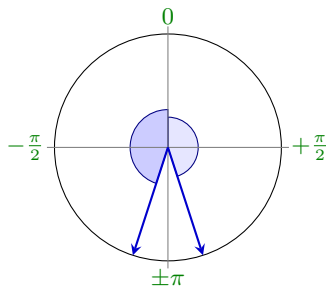
Gegeben:

Realisierungen $(\alpha_i)_{i=1, \dots, n} \subset [-\pi, \pi)$ einer Zufallsvariable für eine mittlere Wellenlänge λ^* .

Zirkuläre Statistik unterscheidet sich von der Statistik mit Verteilungen auf ganz \mathbb{R} .

Beispiel

Sei die Verteilung gegeben durch $\alpha_1 = -\pi + 0.3$ und $\alpha_2 = \pi - 0.3$.



Zirkuläre Statistik

Gegeben:

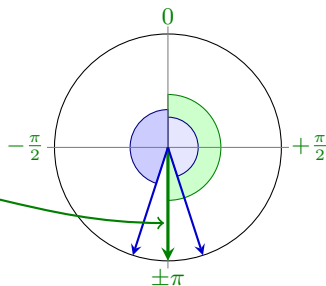
Realisierungen $(\alpha_i)_{i=1,\dots,n} \subset [-\pi, \pi)$ einer Zufallsvariable für eine mittlere Wellenlänge λ^* .

Zirkuläre Statistik unterscheidet sich von der Statistik mit Verteilungen auf ganz \mathbb{R} .

Beispiel

Sei die Verteilung gegeben durch $\alpha_1 = -\pi + 0.3$ und $\alpha_2 = \pi - 0.3$.

Als Mittelwert erwarten wir $-\pi$.



Zirkuläre Statistik

Gegeben:

Realisierungen $(\alpha_i)_{i=1,\dots,n} \subset [-\pi, \pi)$ einer Zufallsvariable für eine mittlere Wellenlänge λ^* .

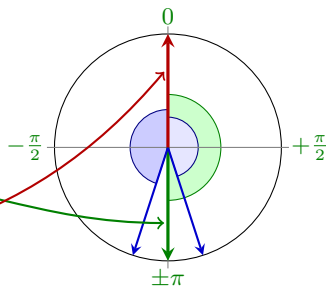
Zirkuläre Statistik unterscheidet sich von der Statistik mit Verteilungen auf ganz \mathbb{R} .

Beispiel

Sei die Verteilung gegeben durch $\alpha_1 = -\pi + 0.3$ und $\alpha_2 = \pi - 0.3$.

Als Mittelwert erwarten wir $-\pi$.

Das arithmetische Mittel ist jedoch $\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) = 0$.

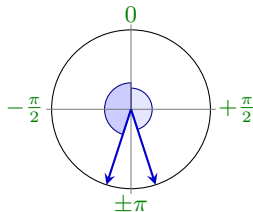


Kennzahlen

Betrachte nun für α_i den Vektor

$$\mathbf{r}_i := \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \cos \alpha_i \\ \sin \alpha_i \end{pmatrix}$$

Mittlerer Ergebnis-Vektor: $\bar{\mathbf{r}} := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i$

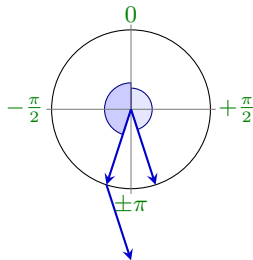


Kennzahlen

Betrachte nun für α_i den Vektor

$$\mathbf{r}_i := \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \cos \alpha_i \\ \sin \alpha_i \end{pmatrix}$$

Mittlerer Ergebnis-Vektor: $\bar{\mathbf{r}} := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i$

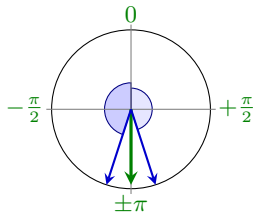


Kennzahlen

Betrachte nun für α_i den Vektor

$$\mathbf{r}_i := \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \cos \alpha_i \\ \sin \alpha_i \end{pmatrix}$$

Mittlerer Ergebnis-Vektor: $\bar{\mathbf{r}} := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i$



Kennzahlen

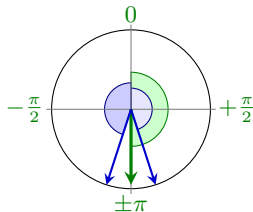
Betrachte nun für α_i den Vektor

$$\mathbf{r}_i := \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \cos \alpha_i \\ \sin \alpha_i \end{pmatrix}$$

Mittlerer Ergebnis-Vektor: $\bar{\mathbf{r}} := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i$

Mittlerer Winkel: Winkel $\bar{\alpha}$ so, dass $\bar{\mathbf{r}} = \|\bar{\mathbf{r}}\|_2 \begin{pmatrix} \cos \bar{\alpha} \\ \sin \bar{\alpha} \end{pmatrix}$

↑
Länge von $\bar{\mathbf{r}}$



Kennzahlen

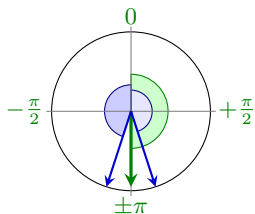
Betrachte nun für α_i den Vektor $\mathbf{r}_i := \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \cos \alpha_i \\ \sin \alpha_i \end{pmatrix}$

Mittlerer Ergebnis-Vektor: $\bar{\mathbf{r}} := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i$

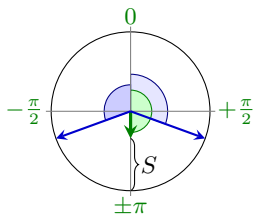
Mittlerer Winkel: Winkel $\bar{\alpha}$ so, dass $\bar{\mathbf{r}} = \|\bar{\mathbf{r}}\|_2 \begin{pmatrix} \cos \bar{\alpha} \\ \sin \bar{\alpha} \end{pmatrix}$

Zirkuläre Varianz: $S := 1 - \|\bar{\mathbf{r}}\|_2 \in [0, 1]$

Länge von $\bar{\mathbf{r}}$



kleines S bedeutet
kleine Streuung

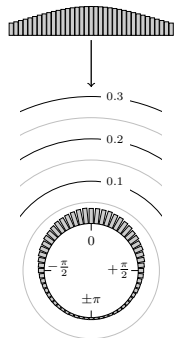
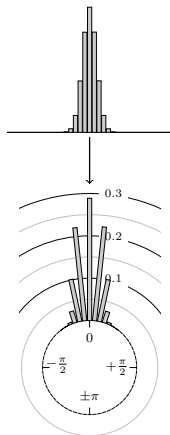


großes S (d.h. nahe 1)
bedeutet große Streuung

Normalverteilung auf dem Einheitskreis

Als Entsprechung zur **Gaußschen Normalverteilung** wird auf dem Einheitskreis häufig die **von Mises-Verteilung** verwendet.

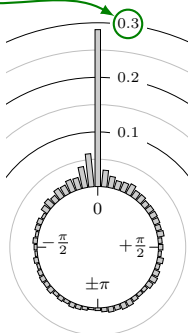
Normalverteilung
↓
von Mises-Verteilung



Erklärung zu den Plots

Gegeben: Einzel-Realisierungen $(\alpha_i(\lambda_j^*))_{i=1, \dots, n} \subset [-\pi, \pi)$ einer Zufallsvariable für paarweise verschiedene Wellenlängen $\lambda_j^* := 30 + j, j = 0, \dots, 150$.

Wahrscheinlichkeitsniveau
(relative Häufigkeiten)



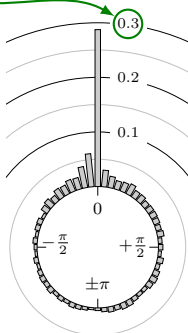
Histogramm zu λ_j^*

Erklärung zu den Plots

Gegeben: Einzel-Realisierungen $(\alpha_i(\lambda_j^*))_{i=1, \dots, n} \subset [-\pi, \pi)$ einer Zufallsvariable für paarweise verschiedene Wellenlängen $\lambda_j^* := 30 + j, j = 0, \dots, 150$.

Wahrscheinlichkeitsniveau
(relative Häufigkeiten)

$$\frac{1}{151} \sum_{j=0}^{150}$$



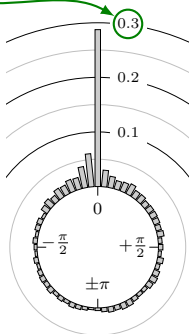
Histogramm zu λ_j^*

Erklärung zu den Plots

Gegeben: Einzel-Realisierungen $(\alpha_i(\lambda_j^*))_{i=1, \dots, n} \subset [-\pi, \pi)$ einer Zufallsvariable für paarweise verschiedene Wellenlängen $\lambda_j^* := 30 + j, j = 0, \dots, 150$.

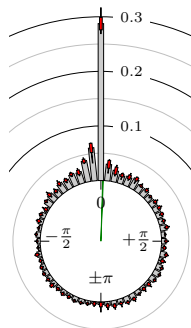
Wahrscheinlichkeitsniveau
(relative Häufigkeiten)

$$\frac{1}{151} \sum_{j=0}^{150}$$



Histogramm zu λ_j^*

=



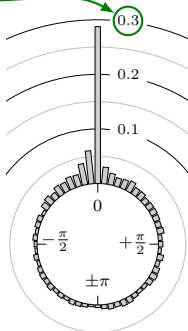
Erklärung zu den Plots

Gegeben: Einzel-Realisierungen $(\alpha_i(\lambda_j^*))_{i=1, \dots, n} \subset [-\pi, \pi)$ einer Zufallsvariable für paarweise verschiedene Wellenlängen $\lambda_j^* := 30 + j, j = 0, \dots, 150$.

Wahrscheinlichkeitsniveau
(relative Häufigkeiten)

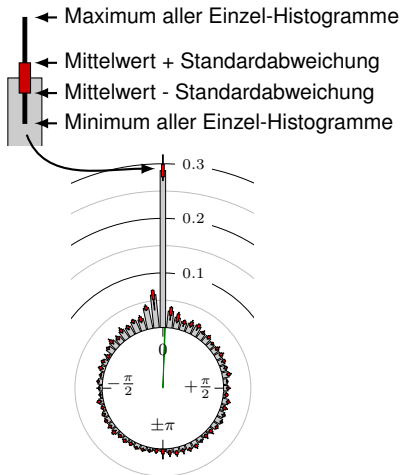
Mittelwert aller
Einzel-Histogramme

$$\frac{1}{151} \sum_{j=0}^{150}$$

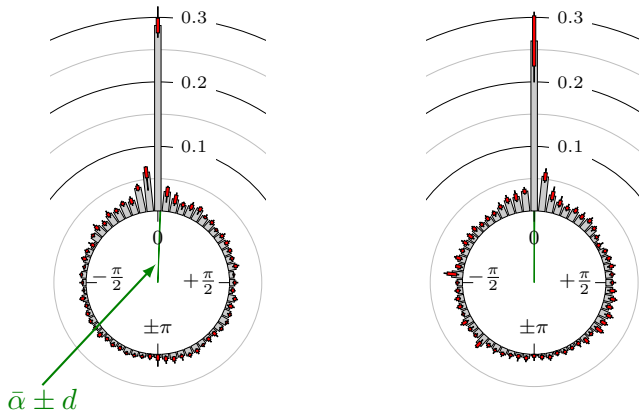


Histogramm zu λ_j^*

=



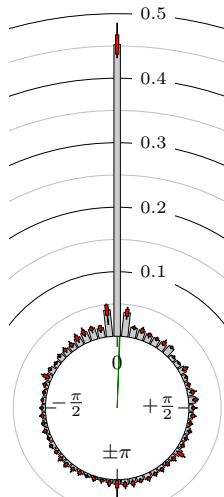
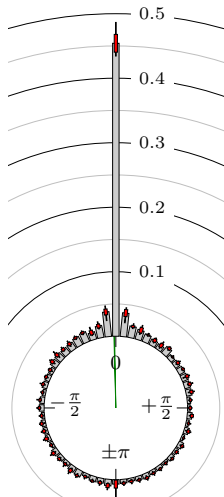
Mini S&P 500 – FDAX



Länge des 95 % Konfidenzintervalls

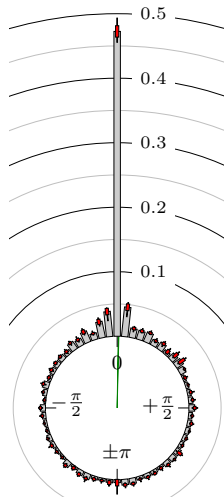
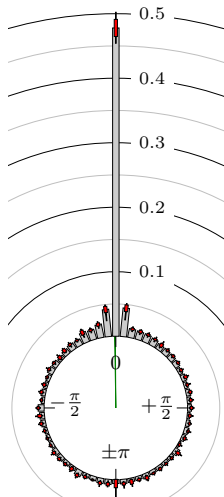
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Mini S&P 500	FDAX	0.035 ± 0.006	0.522	0.550
60 min	FDAX	Mini S&P 500	0.002 ± 0.008	0.553	0.035

Mini S&P 500 – Mini NASDAQ 100



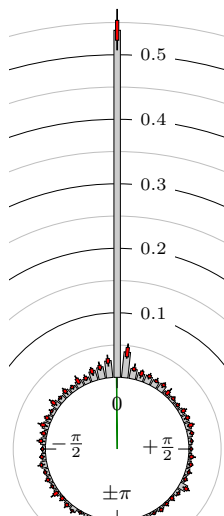
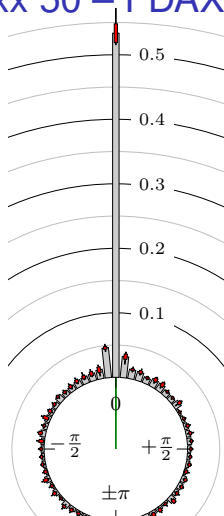
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Mini S&P 500	Mini NASDAQ 100	-0.022 ± 0.005	0.415	-0.350
60 min	Mini NASDAQ 100	Mini S&P 500	0.035 ± 0.005	0.409	0.565

Mini S&P 500 – Mini Russell 2000



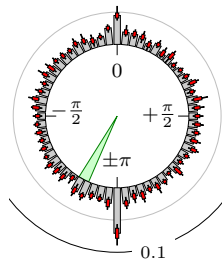
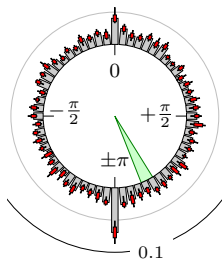
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Mini S&P 500	Mini Russell 2000	-0.012 ± 0.005	0.402	-0.187
60 min	Mini Russell 2000	Mini S&P 500	0.019 ± 0.005	0.393	0.303

Euro Stoxx 50 – FDAX



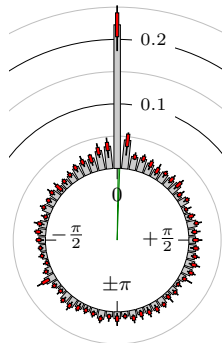
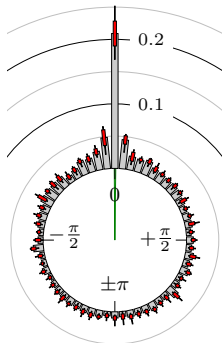
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Euro Stoxx 50	FDAX	0.001 ± 0.005	0.323	0.018
60 min	FDAX	Euro Stoxx 50	-0.007 ± 0.005	0.318	-0.114

EUR-USD – USD-JPY



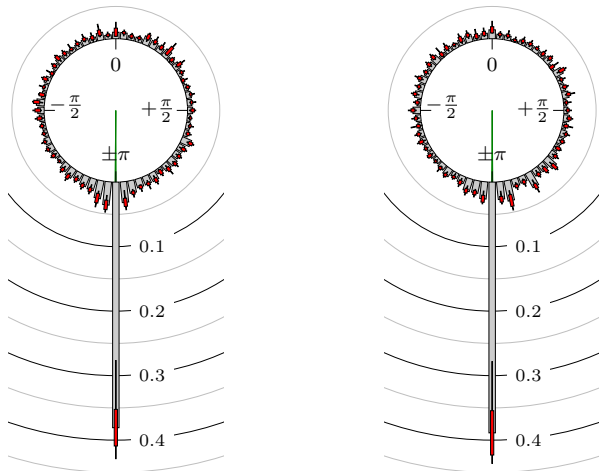
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	EUR-USD	USD-JPY	2.675 ± 0.089	0.953	42.575
60 min	USD-JPY	EUR-USD	-2.657 ± 0.076	0.944	-42.280

EUR-USD – GBP-USD



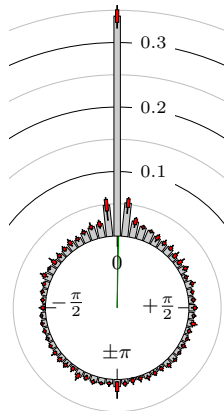
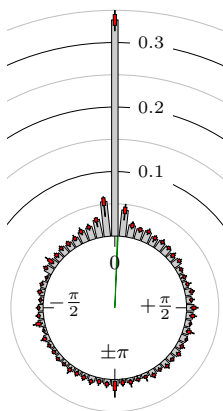
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	EUR-USD	GBP-USD	0.002 ± 0.011	0.617	0.038
60 min	GBP-USD	EUR-USD	0.025 ± 0.011	0.637	0.390

EUR-USD – USD-CHF



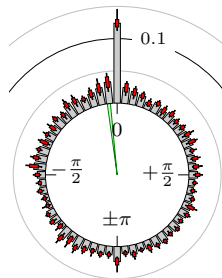
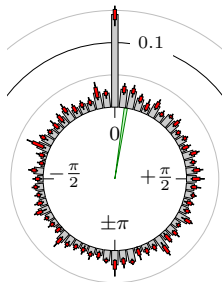
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	EUR-USD	USD-CHF	-3.138 ± 0.008	0.498	-49.942
60 min	USD-CHF	EUR-USD	3.141 ± 0.008	0.504	49.991

Gold Future – Silber Future



	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Gold Future	Silber Future	0.040 ± 0.006	0.498	0.638
60 min	Silber Future	Gold Future	0.014 ± 0.006	0.487	0.218

Gold Future – EUR-USD



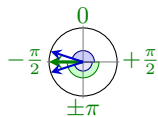
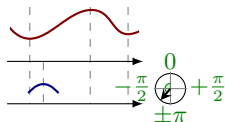
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Gold Future	EUR-USD	0.154 ± 0.022	0.804	2.451
60 min	EUR-USD	Gold Future	-0.116 ± 0.022	0.813	-1.852

Zusammenfassung



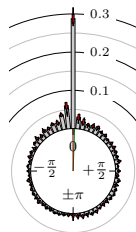
MinMax-Prozess: Hoch- und Tiefpunkte eines Charts können „beliebig“ fein automatisiert herausgelesen werden.

Vergleich zweier Märkte: Bestimmung der Phasenverschiebungen aller Hoch-/Tiefpunkte.



Zirkuläre Statistik: Kann helfen, die durchschnittliche Phasenverschiebung zu ermitteln.

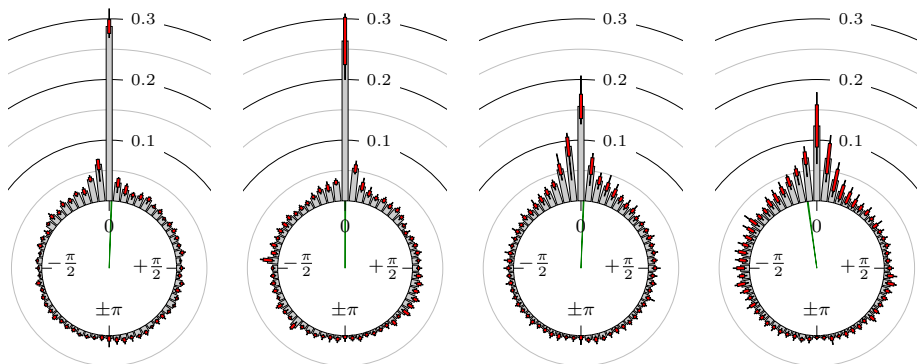
Ergebnisse: Der direkte Vergleich der Hoch-/Tiefpunkte zweier Charts zeigt teils sehr starke Korrelation, nahezu unabhängig von der Wellenlänge λ^* .



Bestätigung der Extremstellen

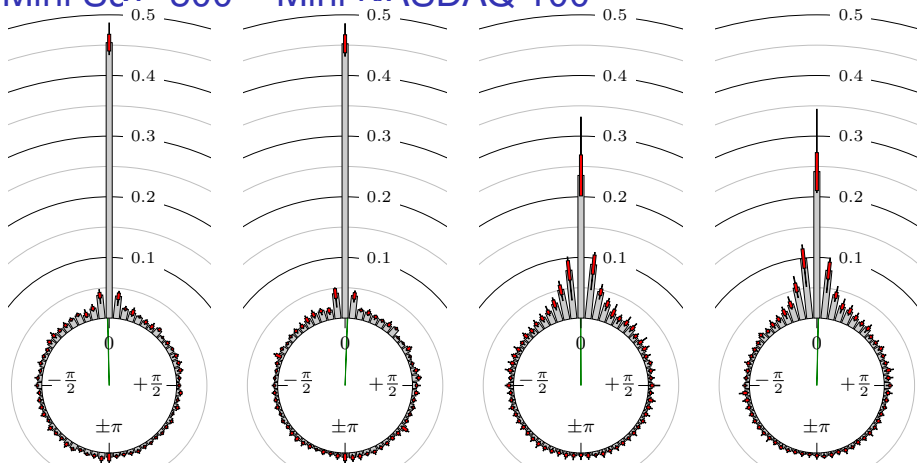
Analog kann man auch, anstelle der Zeitpunkte der Extrema, auch die Zeitpunkt betrachten, an denen die Extrama erkannt werden!

Mini S&P 500 – FDAX



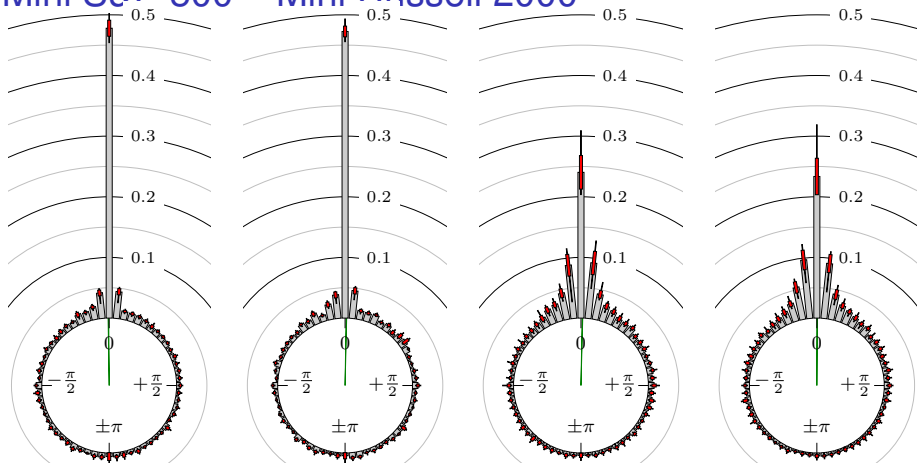
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Mini S&P 500	FDAX	0.035 ± 0.006	0.522	0.550
60 min	FDAX	Mini S&P 500	0.002 ± 0.008	0.553	0.035
60 min	Mini S&P 500	FDAX	0.039 ± 0.006	0.511	0.626
60 min	FDAX	Mini S&P 500	-0.137 ± 0.008	0.548	-2.174

Mini S&P 500 – Mini NASDAQ 100



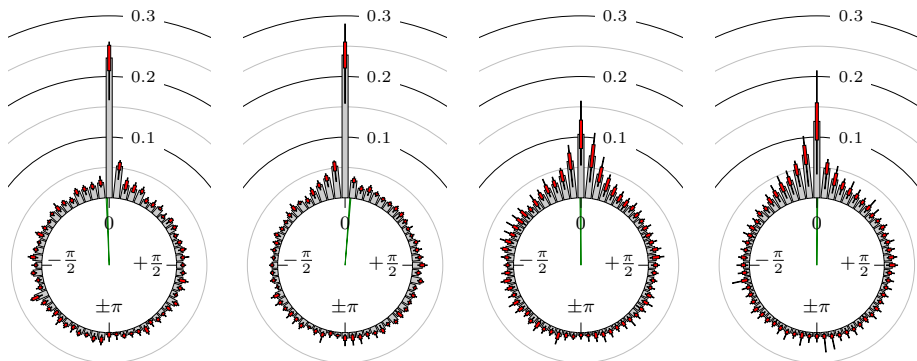
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Mini S&P 500	Mini NASDAQ 100	-0.022 ± 0.005	0.415	-0.350
60 min	Mini NASDAQ 100	Mini S&P 500	0.035 ± 0.005	0.409	0.565
60 min	Mini S&P 500	Mini NASDAQ 100	-0.004 ± 0.005	0.410	-0.059
60 min	Mini NASDAQ 100	Mini S&P 500	0.021 ± 0.004	0.385	0.341

Mini S&P 500 – Mini Russell 2000



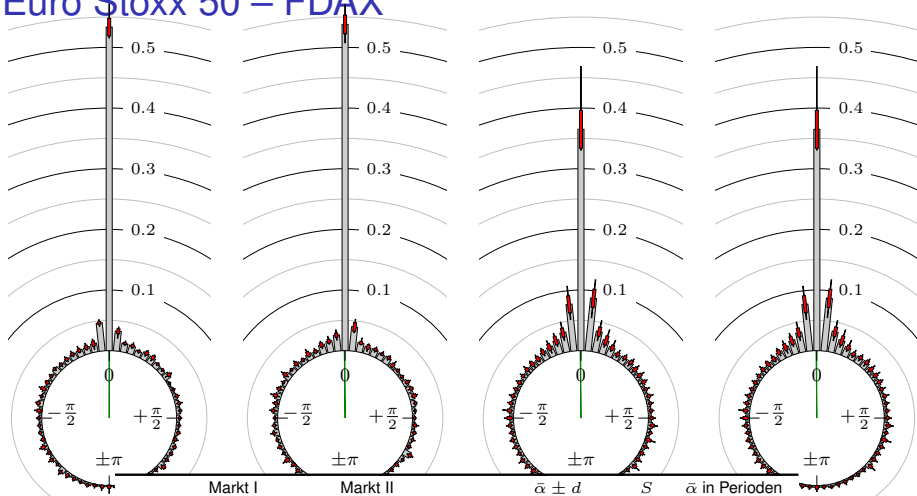
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Mini S&P 500	Mini Russell 2000	-0.012 ± 0.005	0.402	-0.187
60 min	Mini Russell 2000	Mini S&P 500	0.019 ± 0.005	0.393	0.303
60 min	Mini S&P 500	Mini Russell 2000	0.022 ± 0.005	0.404	0.347
60 min	Mini Russell 2000	Mini S&P 500	0.005 ± 0.004	0.379	0.076

Euro Bund – U.S. Treasury Bond



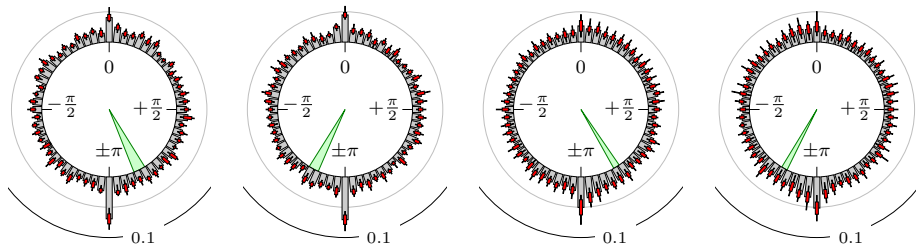
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Euro Bund	U.S. Treasury Bond	-0.036 ± 0.010	0.613	-0.566
60 min	U.S. Treasury Bond	Euro Bund	0.078 ± 0.008	0.612	1.249
60 min	Euro Bund	U.S. Treasury Bond	-0.006 ± 0.010	0.609	-0.093
60 min	U.S. Treasury Bond	Euro Bund	0.006 ± 0.008	0.588	0.095

Euro Stoxx 50 – FDAX



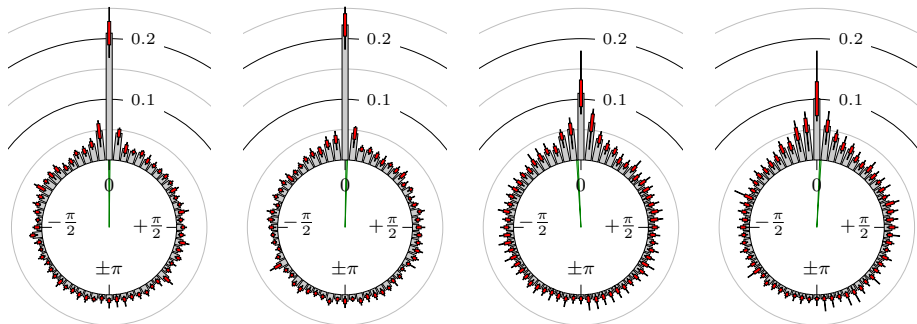
	Markt I	Markt II	$\alpha \pm d$	S	α in Perioden
60 min	Euro Stoxx 50	FDAX	0.001 ± 0.005	0.323	0.018
60 min	FDAX	Euro Stoxx 50	-0.007 ± 0.005	0.318	-0.114
60 min	Euro Stoxx 50	FDAX	0.007 ± 0.005	0.317	0.105
60 min	FDAX	Euro Stoxx 50	-0.008 ± 0.005	0.318	-0.121

EUR-USD – USD-JPY



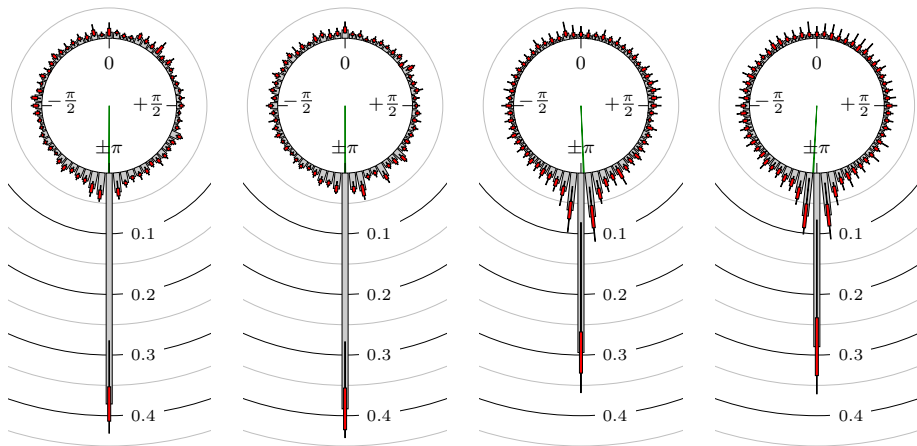
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	EUR-USD	USD-JPY	2.675 ± 0.089	0.953	42.575
60 min	USD-JPY	EUR-USD	-2.657 ± 0.076	0.944	-42.280
60 min	EUR-USD	USD-JPY	2.586 ± 0.047	0.911	41.154
60 min	USD-JPY	EUR-USD	-2.639 ± 0.045	0.906	-42.000

EUR-USD – GBP-USD



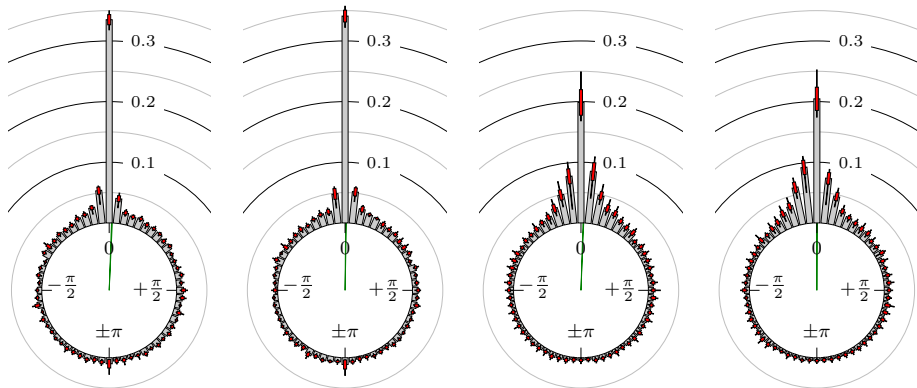
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	EUR-USD	GBP-USD	0.002 ± 0.011	0.617	0.038
60 min	GBP-USD	EUR-USD	0.025 ± 0.011	0.637	0.390
60 min	EUR-USD	GBP-USD	-0.053 ± 0.011	0.622	-0.851
60 min	GBP-USD	EUR-USD	0.053 ± 0.011	0.615	0.841

EUR-USD – USD-CHF



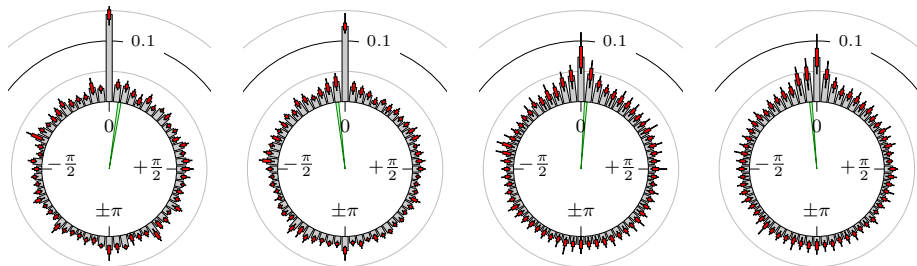
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	EUR-USD	USD-CHF	-3.138 ± 0.008	0.498	-49.942
60 min	USD-CHF	EUR-USD	3.141 ± 0.008	0.504	49.991
60 min	EUR-USD	USD-CHF	3.100 ± 0.007	0.455	49.340
60 min	USD-CHF	EUR-USD	-3.088 ± 0.007	0.471	-49.142

Gold Future – Silber Future



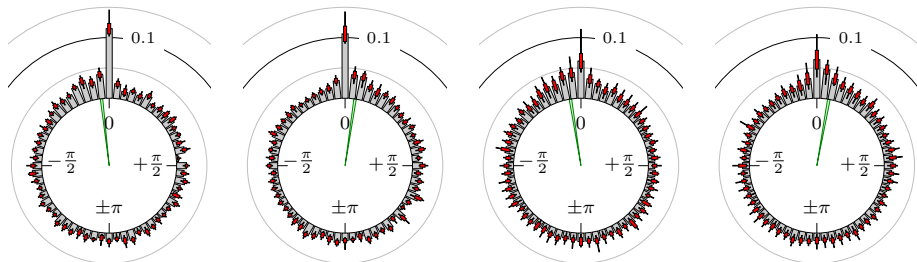
	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Gold Future	Silber Future	0.040 ± 0.006	0.498	0.638
60 min	Silber Future	Gold Future	0.014 ± 0.006	0.487	0.218
60 min	Gold Future	Silber Future	0.035 ± 0.005	0.437	0.564
60 min	Silber Future	Gold Future	0.002 ± 0.005	0.417	0.038

Gold Future – EUR-USD



	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Gold Future	EUR-USD	0.154 ± 0.022	0.804	2.451
60 min	EUR-USD	Gold Future	-0.116 ± 0.022	0.813	-1.852
60 min	Gold Future	EUR-USD	0.072 ± 0.019	0.778	1.151
60 min	EUR-USD	Gold Future	-0.090 ± 0.018	0.776	-1.430

Crude Oil – EUR-USD



	Markt I	Markt II	$\bar{\alpha} \pm d$	S	$\bar{\alpha}$ in Perioden
60 min	Crude Oil	EUR-USD	-0.114 ± 0.018	0.759	-1.818
60 min	EUR-USD	Crude Oil	0.149 ± 0.018	0.774	2.372
60 min	Crude Oil	EUR-USD	-0.157 ± 0.018	0.765	-2.502
60 min	EUR-USD	Crude Oil	0.179 ± 0.019	0.789	2.855